

Messung von Wirk- und Blindleistung

Laborbericht / Versuchsprotokoll des Laborpraktikas Nr.1

Gallus Kaufmann, 16-921-223

Nando Galliard, 14-938-211

227-0117-10L Mess- und Versuchstechnik

ETH Zürich

27.02.2020

Hinweis:

Dieser Bericht wurde zu gleichen Teilen verfasst von Nando Galliard und Gallus Kaufmann.

Contents

1	Einführung	2
1.1	Aufgabe	2
1.2	Versuchsaufbau	2
1.3	Formeln und Herleitung	3
1.4	Messplan	4
1.5	Bestätigung	4
2	Messprotokoll	5
2.1	Verwendete Infrastruktur	5
2.1.1	Umgebungsbedingungen	5
2.1.2	Verwendete Geräte	5
2.2	Messaufbau	5
2.3	Messergebnisse	6
2.3.1	Versuch 1: (Frequenzgeneratorspannung: $1.160 V_{pp}$)	6
2.3.2	Versuch 2: (Frequenzgeneratorspannung: $1.78 V_{pp}$)	6
2.3.3	Versuch 3: (Frequenzgeneratorspannung: $3.58 V_{pp}$)	6
2.4	Bestätigung	7
3	Ergebnis	8
4	Messunsicherheit	9
5	Diskussion	11

1 Einführung

1.1 Aufgabe

Die Aufgabe dieses Versuch ist es, die Wirk- und Blindleistungsaufnahme einer Schaltung aus reinen passiven Elementen beim Anlegen einer 1V Wechselspannung mit 100 kHz möglichst genau zu bestimmen. Zudem soll eine Abschätzung der Messunsicherheit gemacht werden.

1.2 Versuchsaufbau

Um die Wirk- und Blindleistung der RLC-Schaltung zu messen, fassen wir die Induktion, Condensator und den Widerstand zu einem komplexen Widerstand zusammen. Somit ist es ausreichend, den Strom und die Spannung über den komplexen Widerstand zu messen, um die Wirk- und Blindleistung zu berechnen.

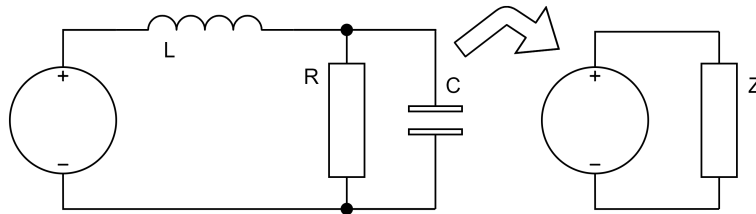


Figure 1: Ersatzschaltbild der zu untersuchenden RLC-Schaltung

$$Z = j\omega L + \frac{R}{j\omega CR + 1}$$

Um den Strom durch Z zu bestimmen, schalten wir einen Messshunt R_{Shunt} in Serie und messen den Spannungsabfall U_{Shunt} über den Shunt mit einem Oszilloskop. Mit dem Ohmschen Gesetz ist der Strom gegeben durch $I_{Shunt} = \frac{U_{Shunt}}{R_{Shunt}}$. Weil die Widerstände in Serie geschaltet sind, ist somit auch der Strom $I_Z = I_{Shunt}$. Letztlich muss die Gesamtspannung U um U_{Shunt} vergrößert werden, dass die vorgeschriebene Spannung von 1V (RMS) über der Schaltung abfällt. Das Oszilloskop wird auf hohe Impedanz gestellt, um zu verhindern, dass viel Strom hindurch fließt und die Messwerte verfälscht.

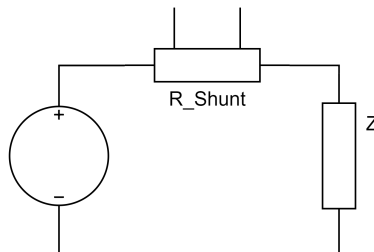


Figure 2: Shunt und Z in Serie

Weil wir die Spannung am Frequenzgenerator so einstellen, dass über der LRC Schaltung genau 1V (RMS) abfällt, ist der Spannungsabfall des Frequenzgenerators vernachlässigbar und der

Innenwiderstand frei wählbar. Der Hersteller des Shunts garantiert nur eine Genauigkeit von +/- 5%, somit können wir den Strom nur auf eine Genauigkeit von +/- 5% berechnen. Diesen Fehler wäre reduzierbar, indem man jeden Widerstand des Shunts mit einem Multimeter nachmisst. Das Oszilloskop hat laut Hersteller eine Input Impedanz von $1\text{M}\Omega$ +/- 2%.

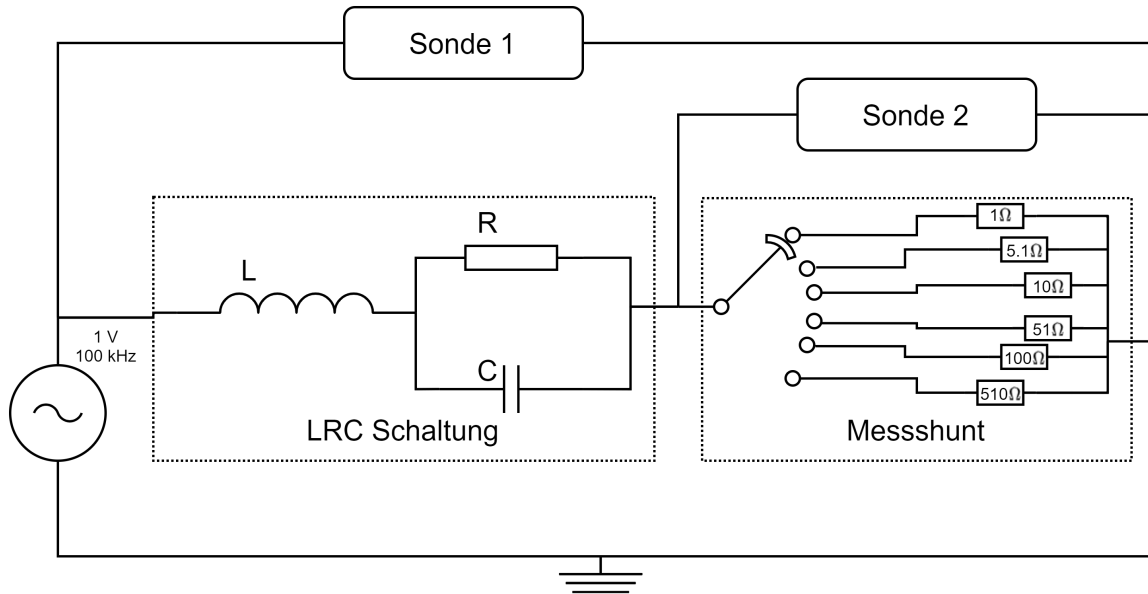


Figure 3: Ersatzschaltbild der Messschaltung

Die Abbildung 3 zeigt das Ersatzschaltbild der Messschaltung. Die beiden Sonden greifen an den markierten Stellen die Spannung ab und werden dem Oszilloskop mittels Koaxialkabel zugeführt. Die Differenz dieser beiden Spannung ergibt den Spannungsabfall über die RLC-Schaltung.

1.3 Formeln und Herleitung

Elektrische Spannung:	$U = R \cdot I$	$[U] = \text{V}, [R] = \Omega, [I] = \text{A}$	(1)
Leistung:	$P = U \cdot I$	$[P] = \text{W}$	(2)
Wechselstrom:	$i(t) = \hat{i} \cdot \sin(\omega \cdot t)$	$[i(t)] = \text{A}$	(3)
Wechselspannung:	$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi)$	$[u(t)] = \text{V}$	(4)
Momentanleistung:	$p(t) = u(t) \cdot i(t)$	$[p(t)] = \text{W}$	(5)
Wirkleistung:	$P = \frac{1}{2} \cdot \hat{u} \cdot \hat{i} \cdot \cos(\phi)$	$[P] = \text{W}$	(6)
Blindleistung:	$Q = \frac{1}{2} \cdot \hat{u} \cdot \hat{i} \cdot \sin(\phi)$	$[Q] = \text{Var}$	(7)
Scheinleistung:	$S = P + j \cdot Q = \sqrt{P^2 + Q^2} = \frac{1}{2} \cdot \hat{u} \cdot \hat{i}$	$[S] = \text{VA}$	(8)
	$= \frac{1}{2} \cdot \hat{u} \cdot \hat{i} \cdot (\cos(\phi) - \sin(\phi))$		(9)

(\hat{U} : Amplitude der Wechselspannung, \hat{i} : Amplitude des Wechselstromes)

Gemäss Definition ist die elektrische Spannung (1) und die Leistung über einen Widerstand (2) wie oben beschrieben definiert. Wenn eine Kapazität oder eine Induktivität hinzugefügt wird,

ändert sich die Phase ϕ der Wechselspannung (4).

Die Momentanleistung (5) setzt sich zusammen aus einer Multiplikation der Gleichungen (3) und (4). Mittels Mittelwertbildung können die schwankenden Wechselstromgrößen durch konstante Leistungswerte ersetzt werden, d.h. durch die Scheinleistung (8) zusammengesetzt aus Wirk- (6) und Blindleistung (7). Hierbei sind die Wirk- und Blindleistung um 90° verschoben. Die Spitze-Spitze-Werte und die Phasendifferenz zwischen den beiden Sondenspannungsmessungen fließen in die Scheinleistungsformel mit ein (9).

1.4 Messplan

Versuch 1	5.1 Ω	Mean	Min	Max	Stdv	Count	V/div	s/div
	R_{shunt}		-	-	-	-	-	-
	U_{rms}					1000		
	U_{ipp}					1000		
	U_{pp}					1000		
	Phase (ϕ)					1000		

U_{pp}	Spitze-Spitze-Spannung über RLC-Schaltung	$[U_{pp}] = V$
U_{rms}	Spannung über RLC-Schaltung	$[U_{rms}] = V$
U_{ipp}	Spitze-Spitze-Spannung über Shunt-Widerstand	$[U_{ipp}] = V$
R_{shunt}	Gemessener Shunt-Widerstand	$[R_{shunt}] = \Omega$
ϕ	Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung in RLC-Schaltung	$[\phi] = ^\circ$

1.5 Bestätigung

Datum: 27.02.2020

Unterschrift:

2 Messprotokoll

2.1 Verwendete Infrastruktur

2.1.1 Umgebungsbedingungen

Ort: ETZ C99
Datum: 27.02.2020
Temperatur: nicht relevant für diese Versuchsreihe
Druck: nicht relevant für diese Versuchsreihe

2.1.2 Verwendete Geräte

Oszilloskop Agilent Technologies MSOX-X 3014A (4-Kanal, 100MHz, 4GSa/s)
Signalgenerator HP 33120A (15MHz Waveform Generator)
Koaxialkabel RG58 mit BNC Steckern (Länge: 1m)
Ohmmeter Fluke 175 Voltmeter
Shunt Box
RLC Box 12c

2.2 Messaufbau

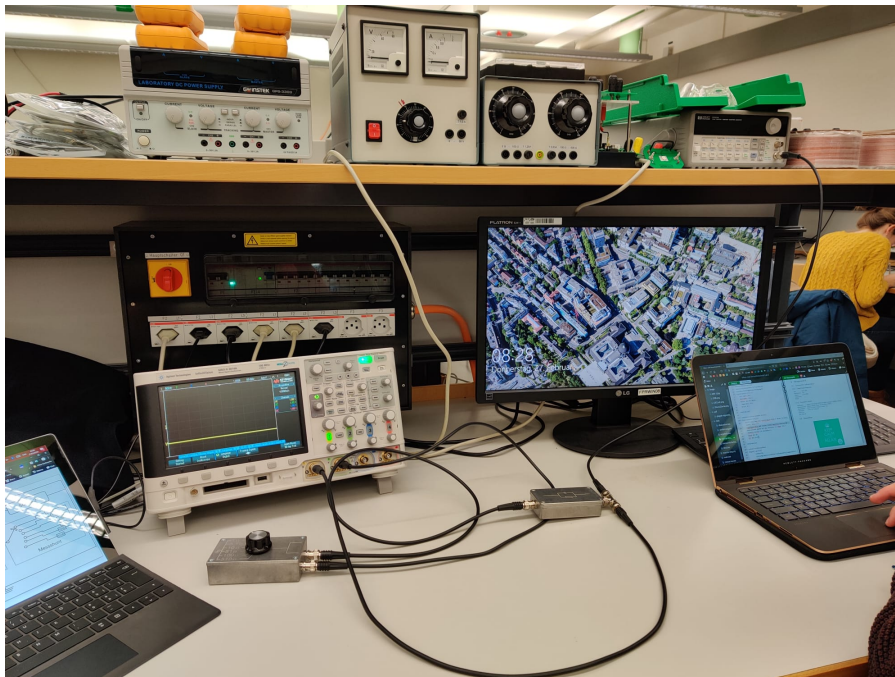


Figure 4: Aufbau unserer Messschaltung

Das Ersatzschaltbild gemäss der Abb. 3 ist wie folgt in Abb. 4 in Realität umgesetzt. Die Messdaten sind im Abschnitt Messergebnisse zu entnehmen.

2.3 Messergebnisse

Die verschiedenen Widerstände R_{shunt} werden am Anfang der Messreihen jeweils mittels Multimeter gemessen, um Messungenauigkeiten zu vermindern. Die Messresultate wurden direkt vom Oszilloskop mit Hilfe der Math-Funktion abgelesen über 1000 Messungen.

U_{pp}	Spitze-Spitze-Spannung über RLC-Schaltung	$[U_{pp}] = V$
U_{rms}	Spannung über RLC-Schaltung	$[U_{rms}] = V$
U_{ipp}	Spitze-Spitze-Spannung über Shunt-Widerstand	$[U_{ipp}] = V$
R_{shunt}	Gemessener Shunt-Widerstand	$[R_{shunt}] = \Omega$
ϕ	Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung in RLC-Schaltung	$[\phi] = ^\circ$

2.3.1 Versuch 1: (Frequenzgeneratorspannung: 1.160 V_{pp})

5.1 Ω	Mean	Min	Max	Stdv	Count	V/div	s/div
R_{Shunt}	5.3	-	-	-	-	-	-
U_{rms}	1	0.99	1.0048	3μ	1000	200m	2μ
U_{ipp}	23.882m	23.7m	24.1m	88μ	1000	5m	2μ
U_{pp}	1.414	1.413	1.415	70μ	1000	200m	2μ
Phase	40.5	42.91	38.19	1.1	1000	-	-

2.3.2 Versuch 2: (Frequenzgeneratorspannung: 1.78 V_{pp})

51 Ω	Mean	Min	Max	Stdv	Count	V/div	s/div
R_{Shunt}	50.9	-	-	-	-	-	-
U_{rms}	1	0.9956	1.0268	1.13m	1000	200m	2μ
U_{ipp}	230m	229m	231m	63.2μ	1000	50m	2μ
U_{pp}	1.4116	1.406	1.416	1.7m	1000	200m	2μ
Phase	34.1	32.64	35.22	0.235	1000	-	-

2.3.3 Versuch 3: (Frequenzgeneratorspannung: 3.58 V_{pp})

510 Ω	Mean	Min	Max	Stdv	Count	V/div	s/div
R_{Shunt}	508.3	-	-	-	-	-	-
U_{rms}	1	0.9941	1.023	3.818m	1000	500m	2μ
U_{ipp}	2.2126	2.18	2.23	6.95m	1000	500m	2μ
U_{pp}	1.4076	1.406	1.447	5.4m	1000	500m	2μ
Phase	13.9	11.69	15.33	0.711	1000	-	-

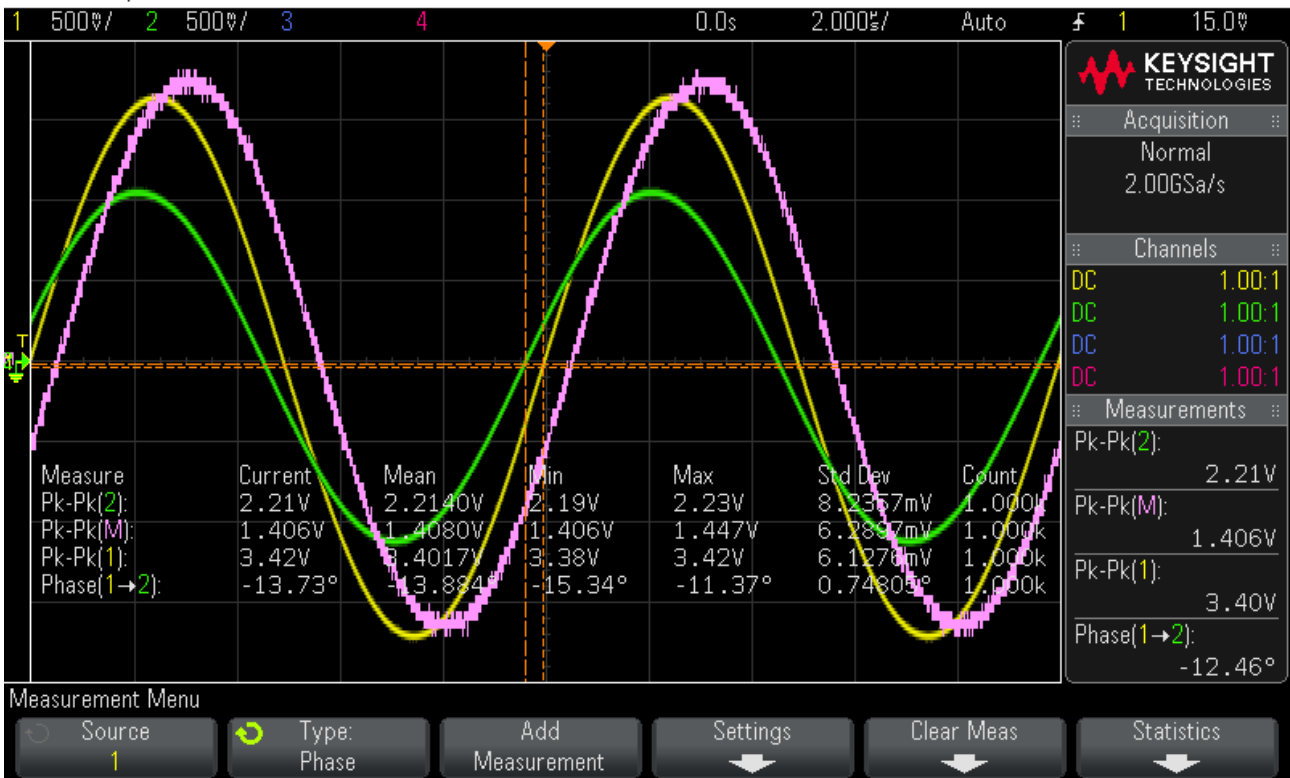


Figure 5: Screenshot des Oszilloskops von Versuch 3

2.4 Bestätigung

Datum: 27.02.2020

Unterschrift:

3 Ergebnis

Mithilfe der Formel (6) und (7) kann die Wirkleistungsaufnahme der RLC-Schaltung $P = \frac{1}{2} \cdot \hat{u} \cdot \hat{i} \cdot \cos(\phi)$ sowie die Blindleistungsaufnahme $Q = \frac{1}{2} \cdot \hat{u} \cdot \hat{i} \cdot \sin(\phi)$ berechnet werden. Dabei ist $\hat{u} = \frac{U_{pp}}{2}$ und $\hat{i} = \frac{i_{ipp}}{2} = \frac{U_{ipp}}{2 \cdot R_{shunt}}$, weil der Shunt-Widerstand und der RLC-Schwingkreis in Serie geschaltet ist.

Versuchsnummer	R_{shunt}	U_{pp}	U_{ipp}	\hat{i}	\hat{u}	ϕ	P	Q
Versuch 1 (gem. 2.3.1)	5.3Ω	1.414	23.882m	2.25m	0.707	40.5	604.8μ	516.5μ
Versuch 2 (gem. 2.3.2)	50.9Ω	1.412	230m	2.26m	0.706	34.1	657.7μ	445.3μ
Versuch 3 (gem. 2.3.3)	508.3Ω	1.408	2.213	2.18m	0.704	13.9	744.9μ	184.3μ

U_{pp}	Spitze-Spitze-Spannung über RLC-Schaltung	$[U_{pp}] = V$
U_{ipp}	Spitze-Spitze-Spannung über Shunt-Widerstand	$[U_{ipp}] = V$
R_{shunt}	Gemessener Shunt-Widerstand	$[R_{shunt}] = \Omega$
ϕ	Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung in RLC-Schaltung	$[\phi] = ^\circ$
P	Wirkleistung	$[P] = W$
Q	Blindleistung	$[Q] = Var$
\hat{i}	Stromamplitude	$[\hat{i}] = A$
\hat{u}	Spannungsamplitude	$[\hat{u}] = V$

4 Messunsicherheit

Aufgrund von Ungenauigkeiten der Sensoren und Komponenten sehen wir, dass folgende Fehlerquellen einen Einfluss auf die Messgenauigkeit haben.

Fehlerquelle	Relativer Wert	Absolut Wert
Messshunt	Genauigkeit von $\pm 5\%$	$5\% \cdot \text{Shuntresistenz}$
Kapazitive Messkabel	1m Länge, 100 pF/m	$100\text{pF/m} \cdot 1\text{m} = 100 \text{ pF}$
Fluke 175 Voltmeter	Im Ohm Messbereich: 0.9%	$\text{Messwert} \cdot 0.009 + 2$
Oszilloskop Vertical Resolution	8 Bits: Messbereich von $2^8 = 256$ möglichen Zuständen	$(\text{Max} - \text{Min}) / 256$
Oszilloskop Vertical Gain Accuracy	$\pm 3\%$ full scale ($\geq 10 \text{ mV/div}$)	$8 \text{ Häuschen} \cdot \text{V/div} \cdot 0.03$
Oszilloskop DC Vertical Accuracy	$25 \text{ ppm} \pm 5 \text{ ppm per year}$ (ageing)	
Innenwiderstand Oszilloskop	Leakage Strom durch Innenwiderstand	Vernachlässigbar
Innenwiderstand Voltmeter	Leakage Strom durch Innenwiderstand	Vernachlässigbar

Die generelle Formel für den systematischen Fehler ΔY von systematischen Messabweichungen lässt sich aus der Vorlesung zusammenfassen zu:

$$\Delta Y = \sum_{j=1}^k \left(\frac{\delta f}{\delta x_j} \Delta x_j \right)$$

Damit leiten wir die Formeln der systematischen Fehler von Spannung, Strom, Widerstand, Phase, Wirk- und Blindleistung her.

$$\Delta U = \text{Vertikale Auflösung} + \text{Vertikal Gain Accuracy des Oszilloskops} \quad (10)$$

$$\Delta I = \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{R}\right)^2 + \left(-\frac{U}{R^2} \Delta R\right)^2} \quad (11)$$

$$\Delta \phi = \text{Time base accuracy} \quad (12)$$

$$\Delta R = \text{Messwert des Shunts} \cdot 0.009 \quad (13)$$

$$\Delta P = \sqrt{\left(\frac{1}{8} I \cos(\phi) \Delta U\right)^2 + \left(\frac{1}{8} U \cos(\phi) \Delta I\right)^2 + \left(-\frac{1}{8} U I \sin(\phi) \Delta \phi\right)^2} \quad (14)$$

$$\Delta Q = \sqrt{\left(\frac{1}{8} I \sin(\phi) \Delta U\right)^2 + \left(\frac{1}{8} U \sin(\phi) \Delta I\right)^2 + \left(-\frac{1}{8} U I \cos(\phi) \Delta \phi\right)^2} \quad (15)$$

Woraufhin wir zu unseren Messungen die folgenden Ungenauigkeiten feststellen können:

Versuch Nr:	1	2	3
U_{ipp}	23.88mV	230mV	2.213V
ΔU_{ipp}	280 μ V	2.8mV	28mV
U_{pp}	1.414V	1.412V	1.412V
ΔU_{pp}	28mV	28mV	28mV
I	2.25mA	2.26mA	2.18mA
ΔI	67 μ A	68 μ A	68 μ A
ϕ	40.5°	34.1°	13.9°
$\Delta\phi$	0.0042°	0.0042°	0.0042°
R_{Shunt}	5.3 Ω	50.9 Ω	508.3 Ω
ΔR	47.7m Ω	459m Ω	4.58 Ω
P	604.8 μ W	657.7 μ W	744.9 μ W
ΔP	9.3 μ W	10.0 μ W	13.9 μ W
Q	516.5 μ W	445.3 μ W	184.3 μ W
ΔQ	7.8 μ W	6.8 μ W	3.4 μ W

5 Diskussion

Vergleicht man die drei Versuchsergebnisse, fällt auf, dass mit zunehmendem Shunt-Widerstand sich die Phasendifferenz zwischen den beiden Spitze-Spitze-Spannungen $U_{\text{frequenzgenerator}}$ und U_{ipp} verringert.

Damit die Spannung U_{rms} über die RLC-Schaltung 1V beträgt wie in der Aufgabenstellung vorgegeben, wurde die Ausgangsspannung des Frequenzgenerators dementsprechend angepasst. Somit ist die Spannung U_{rms} bei allen Versuchen 1V. Aus diesem Grund bleibt auch die Spitzen-Spitzen-Spannung über die RLC-Schaltung unverändert.

Je grösser der Shunt-Widerstand, desto grösser ist der Gesamtwiderstand. Und weil der Shunt-Widerstand die Spannungsmessung der Sonde 1 gem. Abb. 3 beeinflusst, beeinflusst er auch die Spannung über den RLC-Schwingkreis und somit die Phasendifferenz.

Die Impedanz lässt sich in der komplexen Ebene als Zeiger darstellen, wobei sich die Kreisfrequenz zur reellen Achse als Phasenverschiebung der anfallenden Spannung widerspiegelt. Dieser Zeiger Z besteht aus dem Wirkwiderstand R und dem Blindwiderstand X . Zusammengesetzt also $Z = R + jX$. Wenn nun der Wirkwiderstand R bestehend aus LRC-Schaltung und Shunt zunimmt, während der Blindwiderstand X bestehend aus der LRC-Schaltung konstant bleibt, verringert sich die Phasenverschiebung.

Aus den drei Versuchen ist ersichtlich, dass die Standardabweichung der Spannung U_{rms} zunimmt mit zunehmendem Widerstand R_{shunt} , d.h. die Werte von U_{rms} liegen mit abnehmendem Widerstand näher beieinander als mit grösserem Widerstand. Dies bedeutet, dass die Messergebnisse für U_{rms} für kleine Widerstände weniger vom Mittelwert abweichen. Die gleiche Beobachtung gilt für U_{pp} .

Weiter fällt auf, dass die Spitzen-Spitzen-Spannung U_{ipp} proportional zu dem veränderten Widerstand ist. Verändert sich der Widerstand um einen Faktor 10, so ändert sich auch die Spannung U_{ipp} um einen Faktor 10. Der Grund ist offensichtlich. In der Gleichung (1) für die elektrische Spannung ist ersichtlich, dass der Widerstand R_{shunt} proportional zu U_{ipp} ist.

Aus dem Ergebnisblatt lässt sich entnehmen, dass die über die Versuchsreihe gesehen die Stromamplitude konstant bleibt trotz zunehmendem Widerstand.

Die Wirkleistung nimmt gemäss Ergebnisblatt zu mit zunehmendem Widerstand, während die Blindleistung abnimmt mit zunehmendem Widerstand. In allen Fällen ist die Wirkleistung grösser als die Blindleistung.

Dies erschliesst sich wieder aus dem Grund, dass bei kleinerer Phasenverschiebung der komplexe Widerstand Z zunehmend aus Wirkwiderstand R anstatt Blindwiderstand X besteht. Ein kleinerer Blindwiderstand führt zu kleineren Blindleistungen.

Allgemein kann angefügt werden, dass mit zunehmender Anzahl an Versuchsdurchführungen die Messunsicherheit der Ergebnisse verringert werden kann.



Eigenständigkeitserklärung

Die unterzeichnete Eigenständigkeitserklärung ist Bestandteil jeder während des Studiums verfassten Semester-, Bachelor- und Master-Arbeit oder anderen Abschlussarbeit (auch der jeweils elektronischen Version).

Die Dozentinnen und Dozenten können auch für andere bei ihnen verfasste schriftliche Arbeiten eine Eigenständigkeitserklärung verlangen.

Ich bestätige, die vorliegende Arbeit selbständig und in eigenen Worten verfasst zu haben. Davon ausgenommen sind sprachliche und inhaltliche Korrekturvorschläge durch die Betreuer und Betreuerinnen der Arbeit.

Titel der Arbeit (in Druckschrift):

Messung von Wirk- und Blindleistung, Laborbericht / Versuchsprotokoll des Laborpraktikas Nr. 1

Verfasst von (in Druckschrift):

Bei Gruppenarbeiten sind die Namen aller Verfasserinnen und Verfasser erforderlich.

Name(n):

Galliard

Kaufmann

Vorname(n):

Nando

Gallus

Ich bestätige mit meiner Unterschrift:

- Ich habe keine im Merkblatt „[Zitier-Knigge](#)“ beschriebene Form des Plagiats begangen.
- Ich habe alle Methoden, Daten und Arbeitsabläufe wahrheitsgetreu dokumentiert.
- Ich habe keine Daten manipuliert.
- Ich habe alle Personen erwähnt, welche die Arbeit wesentlich unterstützt haben.

Ich nehme zur Kenntnis, dass die Arbeit mit elektronischen Hilfsmitteln auf Plagiate überprüft werden kann.

Ort, Datum

Zürich, 27.02.2020

Unterschrift(en)

Bei Gruppenarbeiten sind die Namen aller Verfasserinnen und Verfasser erforderlich. Durch die Unterschriften bürgen sie gemeinsam für den gesamten Inhalt dieser schriftlichen Arbeit.